TRƯỜNG THPT CẦU XE

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC NĂM 2011
Môn thi: TOÁN; Khối A

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu I (2,0 *điểm*) Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Viết phương trình đường thẳng cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho điểm A có hoành độ bằng 2 và $BC = 2\sqrt{2}$.

Câu II (2,0 *điểm*)

1. Giải phương trình $1 + \tan x \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\cos x} + \sin x$
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^2 - x.\sqrt{\dfrac{y^2+2}{x}} = 2x - 2 \\ \sqrt{y^2+1} + \sqrt[3]{2x-1} = 1 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

Câu III (1,0 *điểm*) Tính tích phân $I = \int_1^2 e^{-x}\left(x + \frac{e^x \ln ex}{x}\right)dx$

Câu IV (1,0 *điểm*) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với BC là đáy nhỏ, H là trung điểm của AB. Biết rằng tam giác SAB là tam giác đều có cạnh với độ dài bằng $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{5}$ và khoảng cách từ D tới mặt phẳng (SHC) bằng $2a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

Câu V (1,0 *điểm*) Cho x, y, z, là các số thực dương thoả mãn điều kiện : $x + y + z = 3$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^2 + y^2 + z^2 + \frac{xy + yz + zx}{x^2y + y^2z + z^2x}$

PHẦN TỰ CHỌN (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 *điểm*)

1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng 2 và đường thẳng AB có phương trình $x - y = 0$. Biết rằng điểm $I(2;1)$ là trung điểm của đoạn thẳng BC, hãy tìm toạ độ trung điểm K của đoạn thẳng AC.

2. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình: $x - 2y - z + 3 = 0$ và hai điểm $A(0;-2;1)$, $B(1;0;3)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (α), hãy tính độ dài đoạn thẳng AC. Biết rằng điểm C thuộc đường thẳng $A'B$ và đường thẳng AC song song với mặt phẳng (α).

Câu VII.a (1,0 *điểm*) Tìm số phức liên hợp của số phức z biết $|z - (i+1)| = 1$ và $z - 2i$ là một số thực.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 *điểm*)

1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho Elip (E) có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và hai điểm $A(3;-2)$, $B(-3;2)$. Tìm toạ độ điểm C có hoành độ và tung độ dương thuộc Elip (E) sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

2. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(10;2;-1)$ và đường thẳng d có phương trình : $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, song song với d và khoảng cách từ d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất.

Câu VII.b (1,0 *điểm*) Giải phương trình $\log_2(2^x + 4) = x - 3 + \log_2(2^x + 12)$ $(x \in \mathbb{R})$

------------------------**Hết**------------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:...; số báo danh.......................................

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Môn thi: TOÁN; Khối A

Chú ý: HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

CÂU		ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
I.	1	1.Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x + 2$	

Ta có: TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Sự biến thiên $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

0.25

....

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y’		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng (-1;1).

0.25

....

Hàm số đạt cực đại tại x = -1 và $y_{CĐ}$=y(-1) =4, hàm số đạt cực tiểu tại x =1 và y_{CT} = y(1) =0.

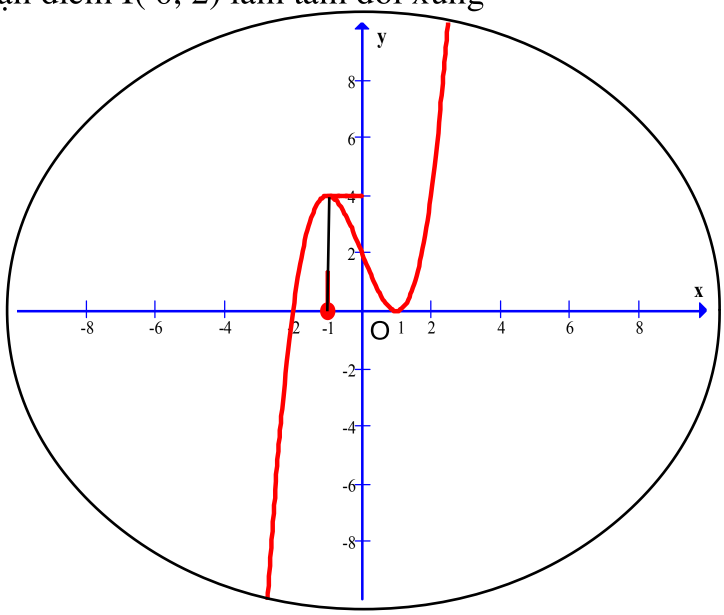
Giới hạn: tính đúng

0.25

....

Đồ thị: Đồ thị không có đường tiệm cận

Nhận điểm I(0; 2) làm tâm đối xứng



0.25

2

Ta có: Hoành độ điểm A là 2 nên tung độ điểm A là 4 vậy A(2;4)

Phương trình đường thẳng d qua A và có hệ số góc k là:

y = k(x-2) + 4

0.25

....

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị (C) là:

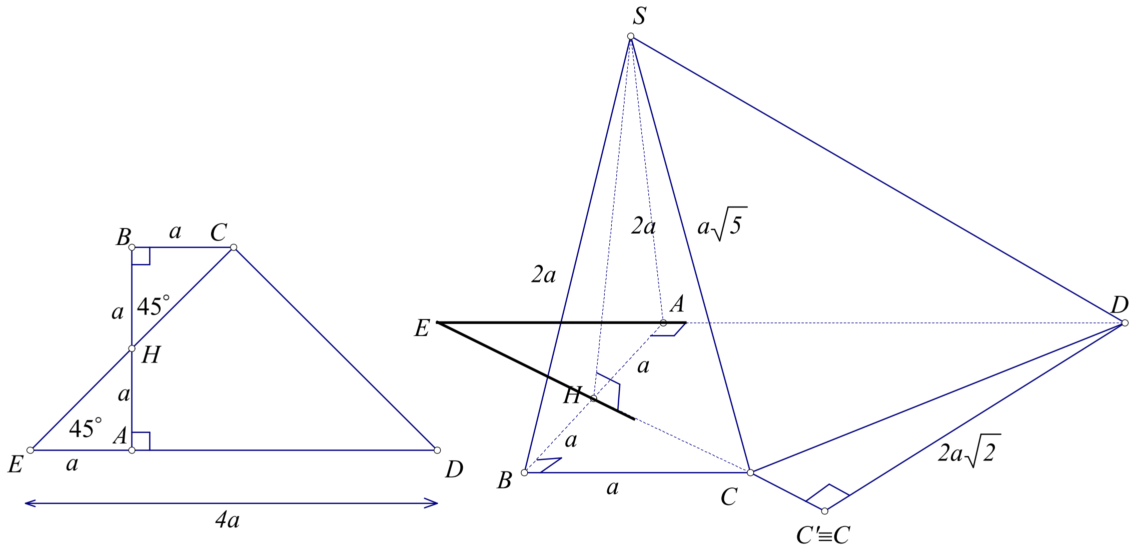
x^3 -3x+2 = k(x-2) + 4 $\Leftrightarrow$ (x-2)(x^2 +2x +1- k) = 0 . Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì pt: x^2 +2x +1- k = 0 có 2 nghiệm pb khác 2

Do đó: $\begin{cases} k > 0 \\ 9 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > 0 \\ k \neq 9 \end{cases}$

0.25

....

		Khi đó toạ độ điểm $B(x_1;y_1)$ và $C(x_2;y_2)$ thoả mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+2x+1-k=0 \\ y=k(x-2)+4 \end{cases}$ Ta có: $BC^2=(x_2-x_1)^2+k^2((x_2-x_1)^2=(k^2+1)[(x_2+x_1)^2-4x_1.x_2]$ $=(k^2+1)[4-4(1-k)]=4k(k^2+1)$ .... Theo bài ra: $BC=2\sqrt{2}$ nên $4k(k^2+1)=8 \Leftrightarrow k=1$ (thoả mãn) Vậy đường thẳng d cần tìm là: $y=x+2$	0.25 0.25
II	1	1. Giải phương trình $1+\tan x\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\cos x}+\sin x$	1,0 (điểm)
		ĐK: $\begin{cases} \cos x\neq 0 \\ \cos\frac{x}{2}\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x\neq\pi+k2\pi \end{cases}$ $(k\in\mathbb{Z})$ .... Ta có: $1+\tan x\tan\frac{x}{2}=\frac{\cos x.\cos\frac{x}{2}+\sin x.\sin\frac{x}{2}}{\cos x.\cos\frac{x}{2}}=\frac{\cos\frac{x}{2}}{\cos x.\cos\frac{x}{2}}=\frac{1}{\cos x}$ $\sin^4 x+\cos^4 x=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x$ .... Khi đó phương trình trở thành: $1=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\sin x.\cos x \Leftrightarrow \sin^2 2x-\sin 2x=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x=0 \\ \sin 2x=1 \end{array}\right.$ .... $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=k\pi \\ 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k.\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$ (1) Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của pt là: $x=k2\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^2-x.\sqrt{\frac{y^2+2}{x}}=2x-2 & (1) \\ \sqrt{y^2+1}+\sqrt[3]{2x-1}=1 & (2) \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$	1,0 (điểm)
		ĐK: $x>0$. Chia cả hai vế của pt(1) cho x ta được: $\frac{y^2+2}{x}-\sqrt{\frac{y^2+2}{x}}-2=0$ (vì $x>0$) $\Leftrightarrow \frac{y^2+2}{x}=4 \Leftrightarrow y^2+2=4x \Leftrightarrow y^2+1=4x-1$ thay vào pt(2) ta được: $\sqrt{4x-1}+\sqrt[3]{2x-1}=1$ (đk $x\geq\frac{1}{4}$)	0.25

	Đặt $u=\sqrt{4x-1}$ $(u\geq 0)$ và $v=\sqrt[3]{2x-1}$ Khi đó ta có hệ pt: $\begin{cases} u+v=1 \\ u^2-2v^3=1 \end{cases}$	0.25
	Giải hệ pt ta được u =1 và v = 0.	0.25
	Thay vào tìm được nghiệm $x=\dfrac{1}{2}$ và y =0 Kết luận : nghiệm của hệ pt là: $\left(\dfrac{1}{2};0\right)$	0.25
III	Tính tích phân $I=\int_1^2 e^{-x}\left(x+\dfrac{e^x\ln ex}{x}\right)dx$	1,0 (điểm)
	$I=\int_1^2 xe^{-x}dx+\int_1^2\dfrac{1+\ln x}{x}dx=I_1+I_2$	0.25
	Tính đúng $I_1=\dfrac{2e-3}{e^2}$	0.25
	Tính đúng $I_2=\ln 2+\dfrac{1}{2}\ln^2 2$	0.25
	Vậy $I=\dfrac{2e-3}{e^2}+\ln 2+\dfrac{1}{2}\ln^2 2$	0.25
IV		
	Từ giả thiết suy ra $SH\perp(ABCD)$ và $SH=\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$	0.25
	Theo định lý Pythagoras ta có $CH=\sqrt{SC^2-SH^2}=a\sqrt{2}$. Do đó tam giác HBC vuông cân tại B và $BC=a$	0.25
	Gọi $E=HC\cap AD$ thế thì tam giác HAE cũng vuông cân và do đó $CE=2a\sqrt{2}=d(D;HC)=d(D;(SHC))$ suy ra khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SHC) bằng độ dài đoạn DC suy ra $DE=2a\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=4a\Rightarrow AD=3a$.	0.25
	Suy ra $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(BC+DA)\cdot AB=4a^2$ (đ.v.d.t.). Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot SH\cdot S_{ABCD}=\dfrac{4a^3}{\sqrt{3}}$ (đ.v.t.t.)	0.25

V

Ta có : $3(x^2 + y^2 + z^2) = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2)$ (vì : $x + y + z = 3$)

$\Rightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) = (x^3 + xy^2) + (y^3 + yz^2) + (z^3 + zx^2) + x^2y + y^2z + z^2x$

Mặt khác ta có:

$$x^3 + xy^2 \geq 2x^2y$$
$$y^3 + yz^2 \geq 2y^2z$$
$$z^3 + zx^2 \geq 2z^2x$$

Từ đó ta có: $3(x^2 + y^2 + z^2) \geq 3(x^2y + y^2z + z^2x)$

hay $x^2 + y^2 + z^2 \geq x^2y + y^2z + z^2x$

0.25

....

Vậy: $P \geq x^2 + y^2 + z^2 + \dfrac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2}$

Đặt: $t = x^2 + y^2 + z^2$ theo giải thiết ta có: $9 = (x + y + z)^2 \leq 3(x^2 + y^2 + z^2)$

$\Rightarrow t \geq 3$ và $xy + yz + zx = \dfrac{9 - t}{2}$.

Suy ra: $P \geq t + \dfrac{9 - t}{2t}$

0.25

....

Đặt $f(t) = t + \dfrac{9 - t}{2t}$ với $t \geq 3$. Ta có: $f'(t) = \dfrac{4t^2 - 18}{4t^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{-3}{\sqrt{2}}$		$\frac{3}{\sqrt{2}}$		3		$+\infty$
y'	+	0	-	0	+	|	+	
y						4	↗	$+\infty$

0.25

....

Vậy $\min\limits_{t \geq 3} f(t) = 4$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t = 3$

Vậy: Min P = 4 khi x = y = z = 1

0.25

VIa

1

Đường thẳng IK qua I và song song với AB có phương trình $x - y - 1 = 0$ 0.25

....

Chiều cao kẻ từ C của ΔABC bằng $h = 2.\dfrac{|2 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$

$AB = \dfrac{2.S_{ABC}}{h} = \dfrac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

0.25

....

$IK = \dfrac{AB}{2} = \sqrt{2}$ suy ra K nằm trên đường tròn (C) tâm I bán kính $\sqrt{2}$

có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$

0.25

....

Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$

Tìm được $K(1;0)$ hoặc $K(3;2)$.

0.25

2

Tìm được toạ độ điểm A'(-2;2;3) 0.25

....

Viết được ptđt A'B: $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 \end{cases}$

0.25

		....	
		Vì C $\in$ A'B suy ra: C(1+3t; -2t; 3) vì AC vuông góc với mp(α) nên ta Từ đó tìm được $C\left(\frac{22}{7};-\frac{10}{7};3\right)$	0.25
		....	
		Vậy AC = $\frac{\sqrt{696}}{7}$	0.25
VIIa		Giả sử số phức z = a + bi Từ giải thiết ta có:	
		$\begin{cases}(a-1)^2+(b-1)^2=1\\ b-2=0\end{cases}$	0.25
		....	
		$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$	0.25
		....	
		Suy ra: z =1 + 2i	0.25
		....	
		Vậy: Số phức liên hợp của số phức z là: 1 - 2i	0.25
VIb	1	Giả sử C(a ;b) theo bài ra C $\in$ (E) nên ta có: $\frac{a^2}{9}+\frac{b^2}{4}=1$	
		Ta có : ptđt AB là: 2x + 3y =0	0.25
		K/c từ C đến đường thẳng AB là: $h=\frac{\lvert 2a+3b\rvert}{\sqrt{13}}$	
		....	
		Diện tích tam giác ABC là: $S=\frac{\lvert 2a+3b\rvert}{2\sqrt{13}}\sqrt{52}=\lvert 2a+3b\rvert$	
		Ta có: $(2a+3b)^2=\left(6.\frac{a}{3}+6.\frac{b}{2}\right)^2\le 6\left(\frac{a^2}{9}+\frac{b^2}{4}\right)=6$	0.25
		Do đó: S ≤ 6	
		....	
		Dấu "=" xảy ra khi: $\frac{a}{3}=\frac{b}{2}$ ...	0.25
		....	
		Từ đó tìm được: $a=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ và $b=\sqrt{2}$ KL: C $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}\right)$	0.25
		(vì C có hoành độ và tung độ đều dương)	
	2	Gọi H là hình chiếu của A trên d, mặt phẳng (P) đi qua A và (P)//d, khi đó khoảng cách giữa d và (P) là khoảng cách từ H đến (P).	0.25
		Giả sử điểm I là hình chiếu của H lên (P), ta có $HA\ge HI$ => HI lớn nhất khi $A\equiv I$	
		Vậy (P) cần tìm là mặt phẳng đi qua A và nhận $\overrightarrow{AH}$ làm véc tơ pháp tuyến.	
		....	
		$H\in d\Rightarrow H(1+2t;t;1+3t)$ vì H là hình chiếu của A trên d nên	0.25
		$AH\perp d\Rightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0$ ($\vec{u}=(2;1;3)$ là véc tơ chỉ phương của d)	
		--	
		$\Rightarrow H(3;1;4)\Rightarrow\overrightarrow{AH}(-7;-1;5)$	0.25
		--	
		Vậy (P): 7(x – 10) + (y – 2) – 5(z + 1) = 0	0.25
		ó 7x + y -5z -77 = 0	
VIIb		Biến đổi pt về dạng: $\frac{2^x+4}{2^x+12}=\frac{2^x}{8}$	0.25
		Đặt t = 2^x (t > 0) Suy ra t = 4	0. 5
		Kết luận nghiệm của pt đã cho là: x = 2	0.25

THE END